EXERCÍCIO 3

Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2$ definida no conjunto dos reais. $D = \mathbb{R}$

a) As raízes de uma função são importantes para a construção de um gráfico, visto que elas correspondem aos pontos em que o gráfico cruza o eixo das abscissas (x). Obtenha as raízes reais da função f(x) dada.

$$x^3 - 3x^2 = 0$$

$$x^2 \cdot (x - 3) = 0$$

$x^2 = 0$ ou $x - 3 = 0$

$x = 0$ $\quad$ $x = 3$

$A \cdot B = 0$

$A = 0$ ou $B = 0$

b) Calcule a primeira derivada de f(x) e, a partir do estudo do sinal de f'(x), faça o estudo do crescimento e decrescimento da função f(x).

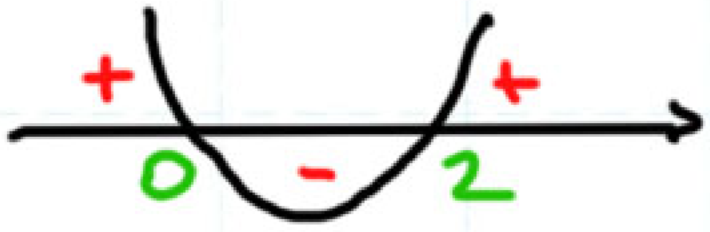
$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

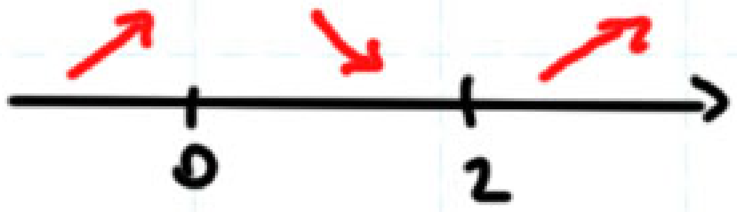
$$3x^2 - 6x = 0$$

$$x \cdot (3x - 6) = 0$$

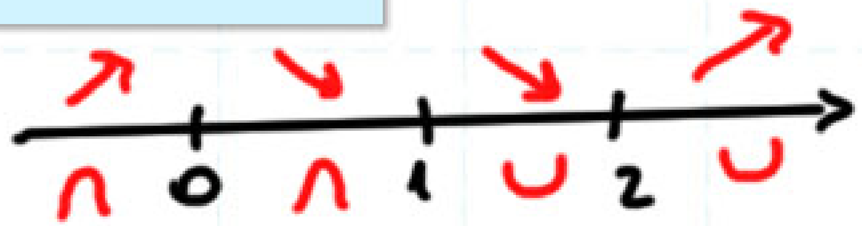
$x = 0$ ou $3x - 6 = 0$

$x = 2$





EXERCÍCIO 3

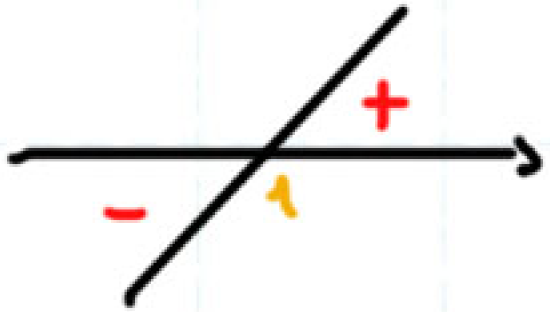


Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2$ definida no conjunto dos reais.

c) Calcule a segunda derivada de f(x) e, a partir do estudo do sinal de f''(x), faça o estudo das concavidades (para cima ou para baixo) da função f(x).

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

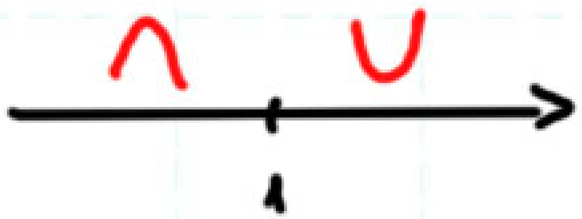
$f''(x) = 6x - 6$



$6x - 6 = 0$

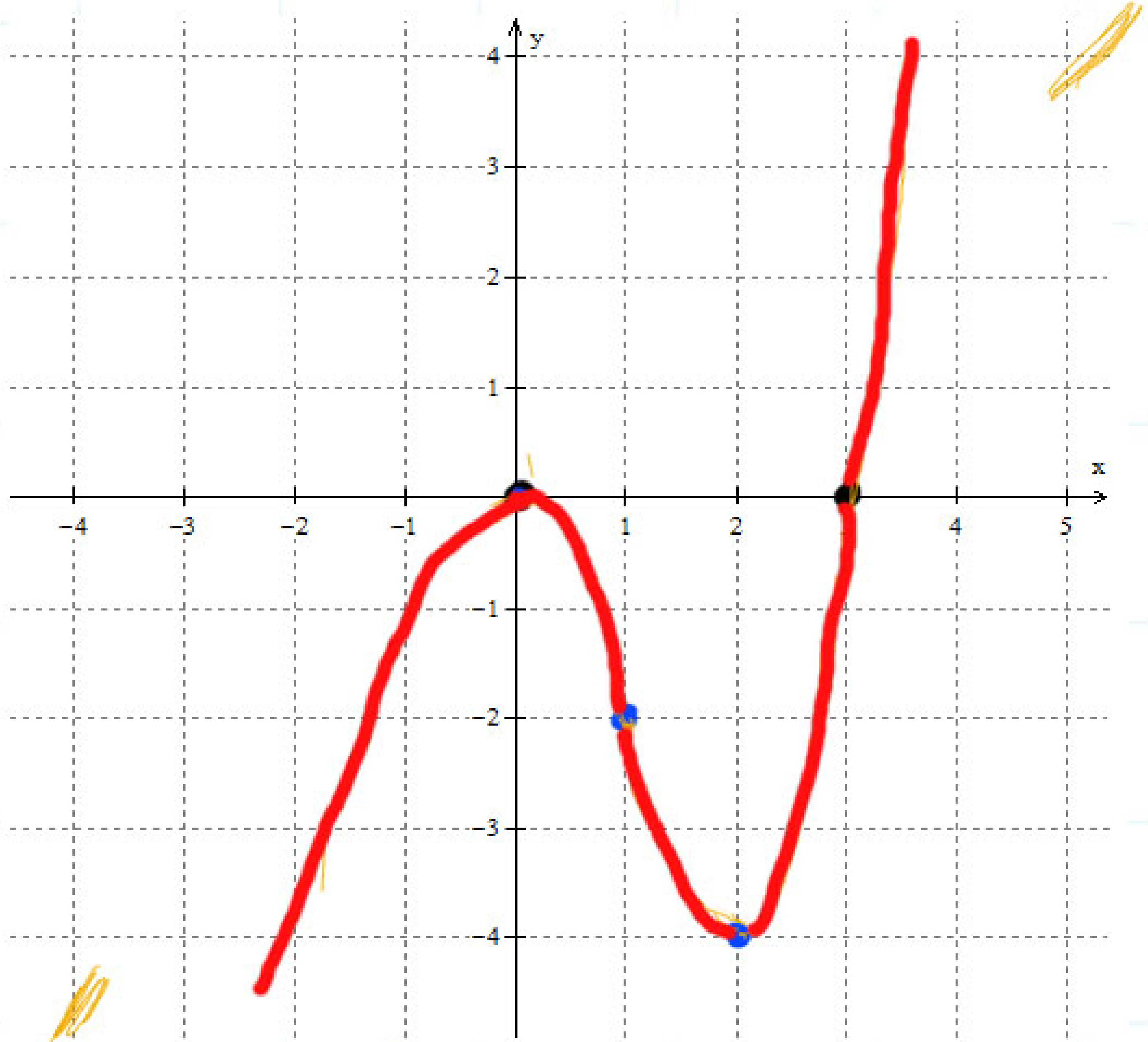
$6x = 6$

$x = 1$



d) Construa o gráfico da função f(x) utilizando o par de eixos a seguir e usando os resultados obtidos nos itens anteriores. Sabe-se, ainda, que

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \text{ e } \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty.$$



$f(0) = 0^3 - 3.0^2 = 0$ } $f(1) = 1^3 - 3.1^2 = -2$ } $f(2) = 2^3 - 3.2^2 = -4$