IC PARA PROPORÇÃO POPULACIONAL

Agora, queremos construir um intervalo de confiança para a proporção populacional p. Lembrando que a estimativa pontual de p é dada pela proporção de sucessos em uma amostra e é denotada por

$$\hat{p} = \frac{\text{número de sucessos em uma amostra}}{\text{tamanho total da amostra}}$$

E, ainda, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$, que é a proporção amostral de fracassos.

Antes de construir um intervalo para a proporção, devemos verificar se a distribuição de amostragem de $\hat{p}$ pode ser aproximada pela distribuição Normal. Isso ocorrerá se forem satisfeitas as condições:

I. $n.\hat{p} \geq 5$ → $n \cdot \hat{p} = 20 \cdot 0{,}75 = 15$

e

II. $n.\hat{q} \geq 5$ → $n \cdot \hat{q} = 20 \cdot 0{,}25 = 5$

AMOSTRA → 20 pessoas → 15 gostam; → 5 ñ

proporção de pessoas que gosta?

$\hat{p} = \frac{15}{20} = 0{,}75$ ou 75%

Obs: $\hat{q} = \frac{5}{20} = 0{,}25$ ou 25%

$$\boxed{\hat{p} + \hat{q} = 1}$$

IC PARA PROPORÇÃO POPULACIONAL

Se essas duas condições ocorrerem, podemos construir o intervalo de confiança para a proporção, que utilizará, para a determinação do valor crítico, a tabela da Normal:

Populações infinitas: $$IC = \hat{p} \pm \overbrace{z_c \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}^{\text{erro (E)}}$$

Populações finitas: $$IC = \hat{p} \pm \underbrace{z_c \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \cdot \overbrace{\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}^{\text{fator de correção}}}_{\text{erro (E)}}$$

N = tamanho da população

n = tamanho da amostra

Lembre-se: uma população é considerada finita quando $$\frac{n}{N} > 0{,}05$$

IC PARA PROPORÇÃO POPULACIONAL

Importante: quando não possuímos uma estimativa prévia do valor de $\hat{p}$, utilizamos uma abordagem conservativa para o cálculo do erro do intervalo de confiança, baseada no fato de que a expressão p(1–p) possui valor máximo igual a ¼ quando $0 \leq p \leq 1$. Você pode verificar isso construindo o gráfico da função p(1–p) e achando o seu valor máximo no intervalo [0;1]. Neste caso, a margem de erro é:

$$E = z_c \cdot \sqrt{\frac{1}{4n}}$$

$y = p(1-p)$

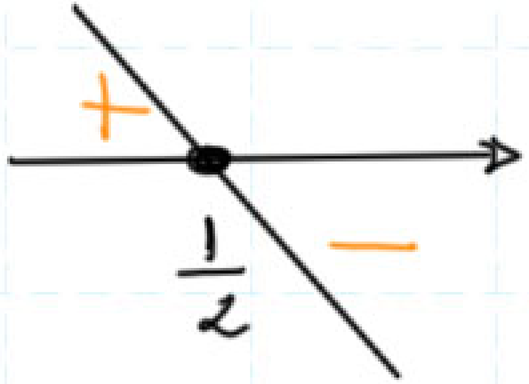
$y = p - p^2$

$y' = 1 - 2p$

$1 - 2p = 0$

$2p = 1$

$p = \frac{1}{2}$



$p = \frac{1}{2}$

ponto de máximo

máx.

$E = z_c \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ — máx → $y = p - p^2$

$y = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$E = z_c \sqrt{\frac{1/4}{n}}$

$E = z_c \cdot \sqrt{\frac{1}{4n}}$