

EXERCÍCIO 56



(FGV) Cada dia em que uma pessoa joga numa loteria, ela tem uma probabilidade de ganhar igual a $1/1000$, independentemente dos resultados anteriores.

ganhar

perder: $1 - 1/1000 = 999/1000$

→ 1, 2, 3, ..., 30

- a) Se ela jogar 30 dias, qual a probabilidade de ganhar ao menos uma vez?
- b) Qual o número mínimo de dias em que ela deverá jogar para que a probabilidade de que ela ganhe ao menos uma vez seja maior do que 0,3%?

$$\begin{aligned} \text{a) } P(1, 2, \dots, 30) + P(0) &= 1 \\ P(\text{ao menos 1}) &= 1 - P(0) = \\ &= 1 - \underbrace{\frac{999}{1000} \cdot \frac{999}{1000} \cdot \dots \cdot \frac{999}{1000}}_{30 \text{ termos}} = \\ &= 1 - \left(\frac{999}{1000}\right)^{30} = \\ &= 1 - 0,999^{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } n \text{ dias} \\ 1 - 0,999^n &> 0,003 \\ -0,999^n &> -0,997 \quad (-1) \\ 0,999^n &< 0,997 \\ \ln 0,999^n &< \ln 0,997 \\ n \cdot \ln 0,999 &< \ln 0,997 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{obs: } \ln x &< 0 \\ 0 &< x < 1 \\ -2x &< 10 \\ x &> \frac{10}{-2} \\ x &> -5 \end{aligned}$$

$$n > \frac{\ln 0,997}{\ln 0,999} \Rightarrow n > 3,003 \\ \text{4 dias} //$$