YouTube

Clique aqui para assistir a vídeo aula

TEOREMA DE BOLZANO

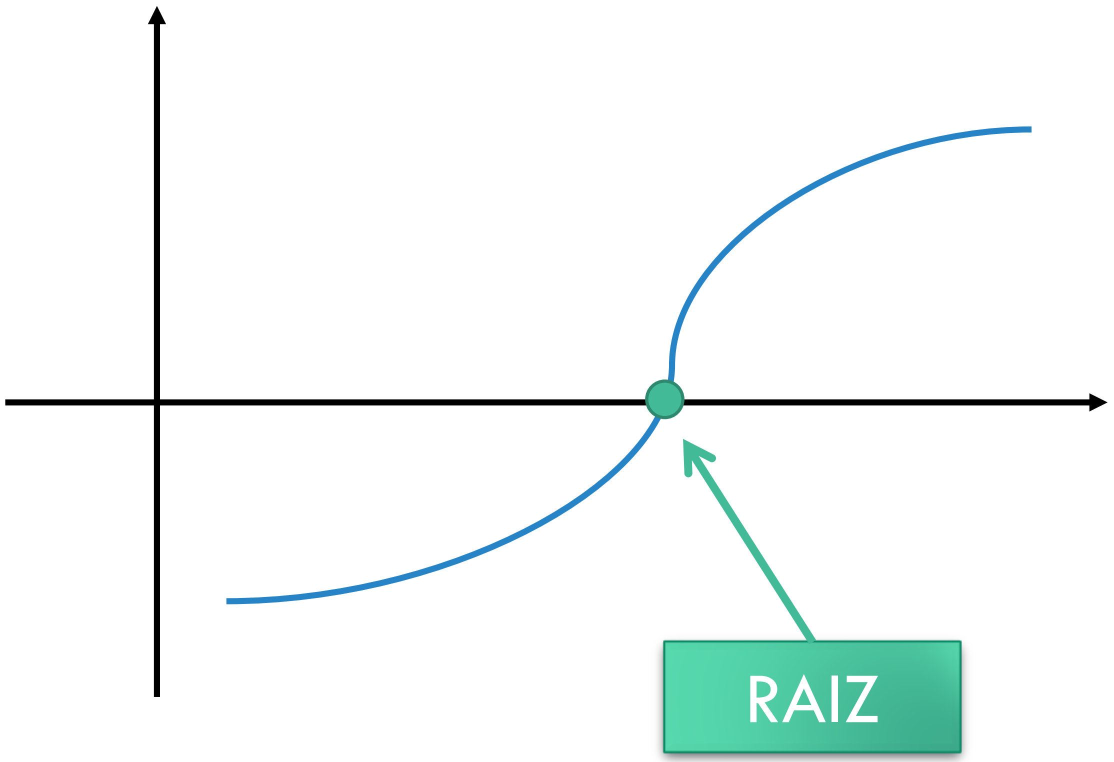
Prof. Conrad Pinheiro

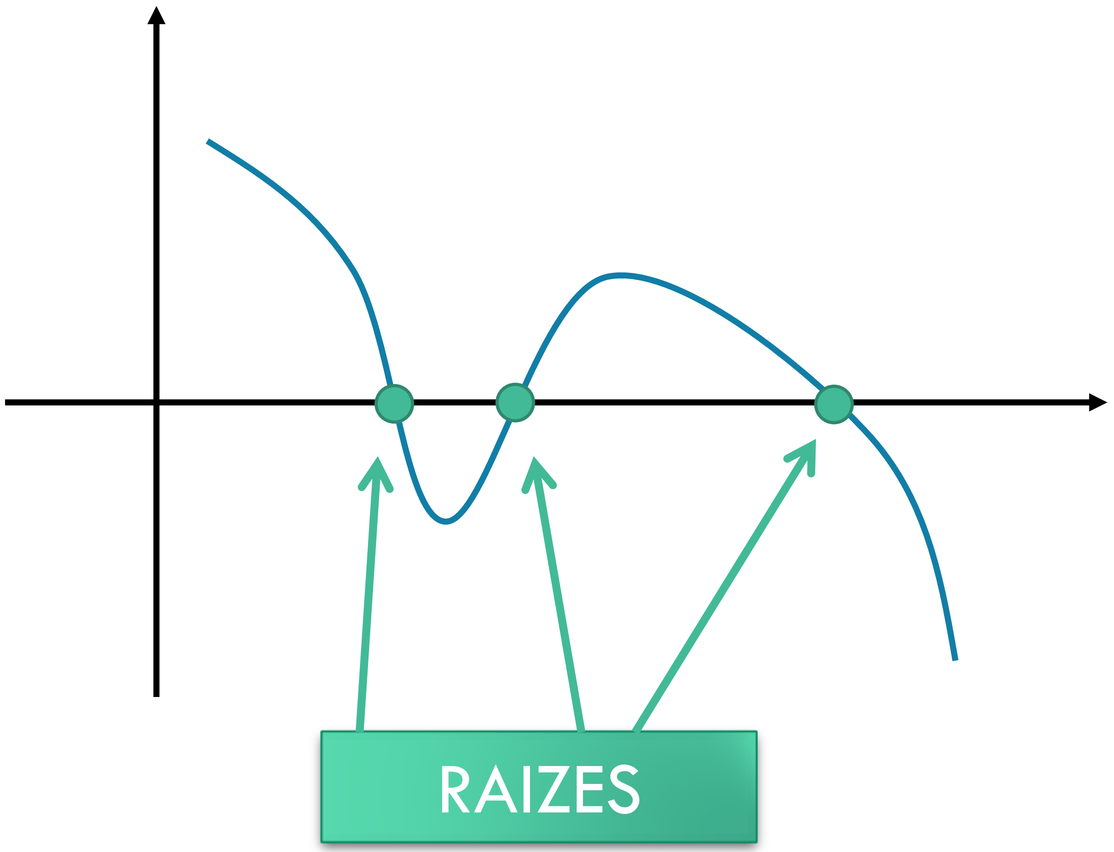
ZERO(S) OU RAIZ(ES)

Dada uma função f(x), define-se como zero ou raiz da função o valor de x tal que f(x)=0. Eventualmente, uma função pode ter mais de uma raiz ou não possuir raízes reais.

Graficamente, a(s) raiz(es) de uma função corresponde(m) ao(s) valor(es) em que o gráfico da função **intercepta** o eixo das abscissas, ou seja, eixo x:

RAÍZES NO GRÁFICO





TEOREMA DE BOLZANO

TEOREMA DE BOLZANO

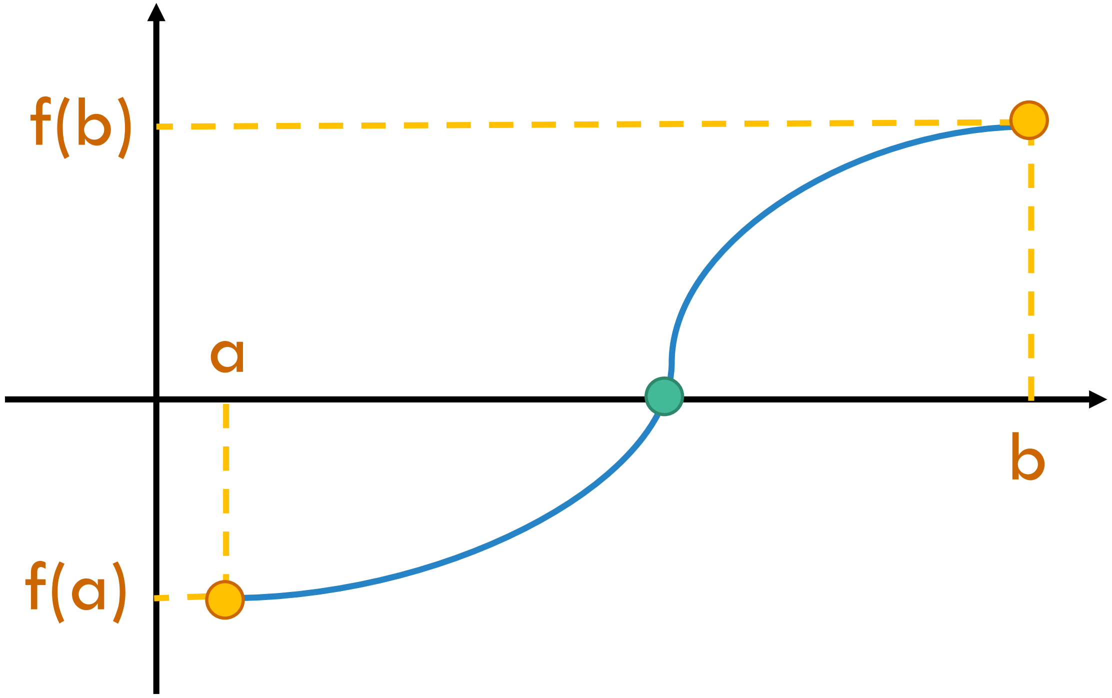
Seja uma função $f(x)$, contínua em $[a, b]$ tal que $\boldsymbol{f(a).f(b) < 0}$.
Então, $f(x)$ possui pelo menos uma raiz no intervalo $[a, b]$.

Note que o teorema **não trata da unicidade** de raízes, mas sim da **existência** de raízes.

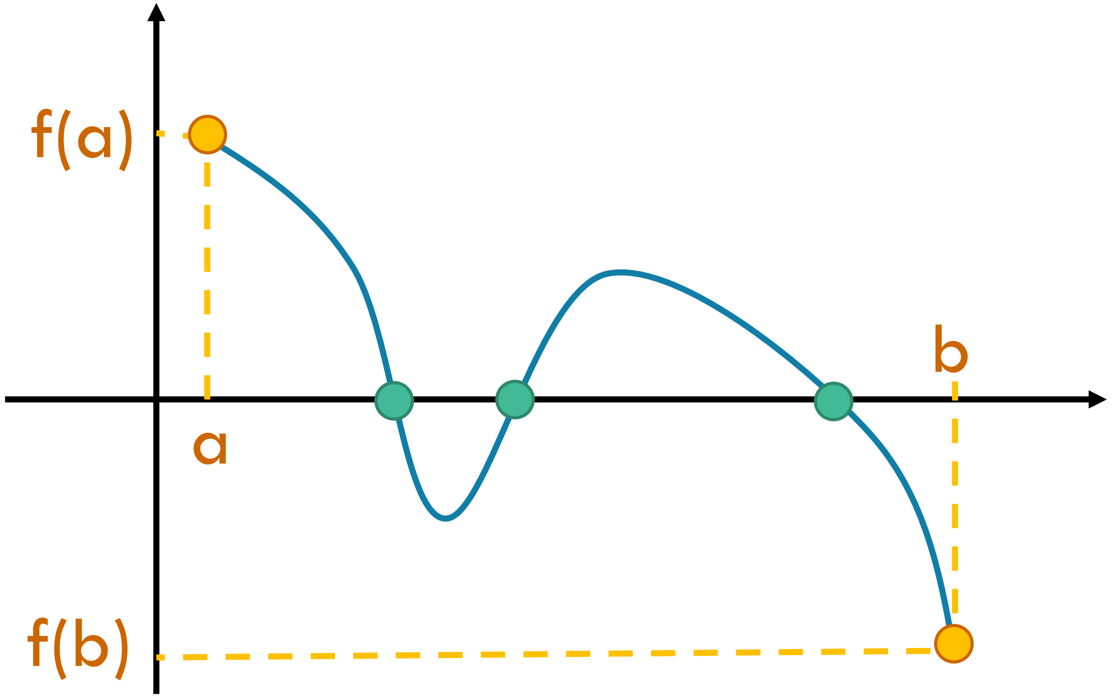
Professor Guru

TEOREMA DE BOLZANO

$$\boldsymbol{f(a).f(b) < 0}$$



Existência de 1 RAIZ no intervalo [a,b]



Existência de **mais** de 1 RAIZ no intervalo [a,b]

EXEMPLO

Seja a função $f(x) = x.\ln(x) - 3{,}2$. Determinar o menor intervalo $[a, b]$, com $a, b \in \mathbb{Z}$ que contenha a raiz da função.

Resolução:

Atribuindo valores arbitrários para x, e calculando o valor da função, temos:

x	1	2	3	4
f(x)	-3,20	-1,81	0,10	2,34

Como $f(2).f(3) < 0$, existe pelo menos uma raiz no intervalo $[2{,}3]$.

EXERCÍCIOS

Teorema de Bolzano

Professor Guru

EXERCÍCIOS

1) Seja a função $f(x) = x.\ln(x) - 1$. Determinar o menor intervalo $[a, b]$, com $a, b \in \mathbb{Z}$ que contenha a raiz da função.

2) Seja a função $f(x) = x^2 - sen(x) - 1$. Determinar dois intervalos unitários $[a, b]$, com $a, b \in \mathbb{Z}$ que contenham duas raízes da função.

Respostas: 1) [1,2] 2) [-1,0] e [1,2]

Professor Guru

DETERMINAÇÃO DE RAÍZES PELO MÉTODO GRÁFICO

Professor Guru

MÉTODO GRÁFICO

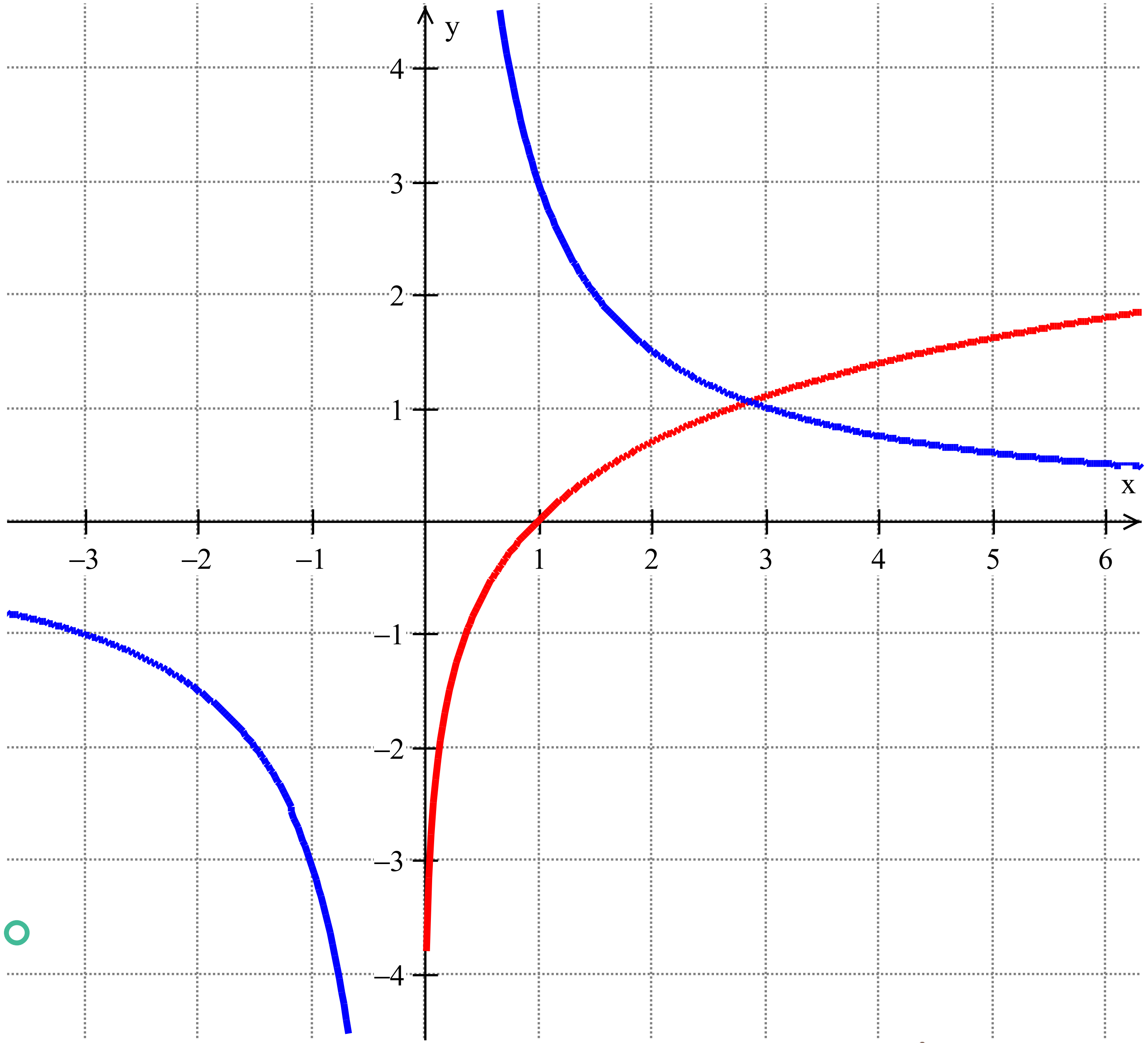
Podemos determinar a raiz de uma função $f(x)$ que possa ser escrita da forma $f(x) = g(x) - h(x)$ seguindo o procedimento:

1) A raiz da função será dada pela resolução da equação $f(x) = 0$, ou seja: $g(x) - h(x) = 0 \implies g(x) = h(x)$, em que os gráficos de $g(x)$ e $h(x)$ são conhecidos.

2) Determinar um intervalo $[a, b]$ (no eixo x) em que os gráficos de $g(x)$ e $h(x)$ se interceptam.

EXEMPLO

Seja a função
$f(x) = x.\ln(x) - 3.$
Determinar um intervalo
$[a, b]$ unitário que contenha
a raiz da função dados os
gráficos de $y = \ln(x)$ e
$y = \frac{3}{x}$ ao lado.



Resposta: a raiz está no intervalo
[2,3].

EXERCÍCIOS

Raízes: método gráfico

Professor Guru

DETERMINAR GRAFICAMENTE AS RAÍZES UTILIZANDO A TÉCNICA DO EXEMPLO ANTERIOR.

1) Seja a função $f(x) = x.\ln(x) - 1$. Determinar o menor intervalo $[a, b]$, com $a, b \in \mathbb{Z}$ que contenha a raiz da função.

2) Seja a função $f(x) = x^2 - sen(x) - 1$. Determinar dois intervalos unitários $[a, b]$, com $a, b \in \mathbb{Z}$ que contenham duas raízes da função.

Respostas: 1) [1,2] 2) [-1,0] e [1,2]

Site: http://www.professorguru.com.br

Facebook: http://www.facebook.com/professorguru

Canal Professor Guru no Youtube: http://www.youtube.com/c/professorguru