Lista de Exercícios - Limites e Derivadas

1) Um importante teorema do cálculo é conhecido como Regra de L'Hospital: se f e g são funções contínuas num ponto x=a, em volta do qual g'(x)≠0 então $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. A Regra de L'Hospital é utilizada quando temos indeterminações do tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$. **Utilizando esse teorema**, calcule os limites a seguir:

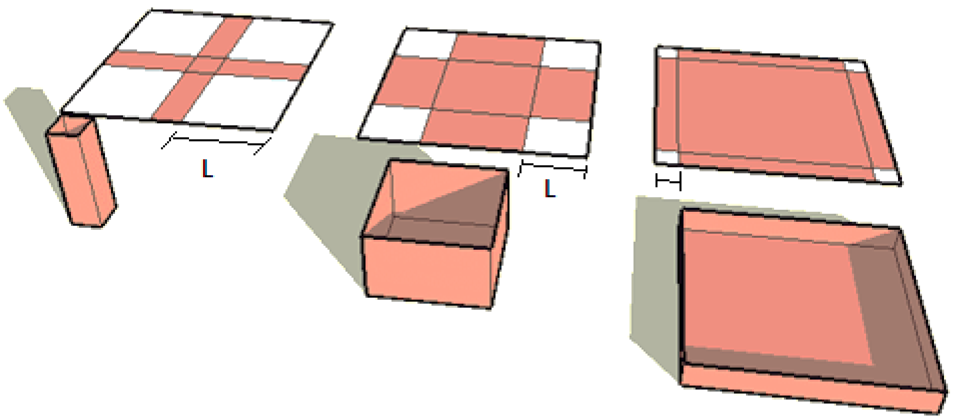
a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x}$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

2) Se se quisesse fazer uma caixa com uma folha de papel quadrada de 24cm de lado seria necessário recortar os quatro cantos dessa folha. Esse corte teria o formato quadrado de tamanho L, para que os lados da caixa tivessem a mesma altura. Para cada L diferente teremos um volume diferente. Abaixo há alguns exemplos de folhas com os cantos recortados:



a) Calcule o valor de L para que o volume da caixa seja máximo. Utilize conceitos de derivadas na resolução.

b) Utilizando o resultado do item **a**, calcule o volume máximo dessa caixa.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

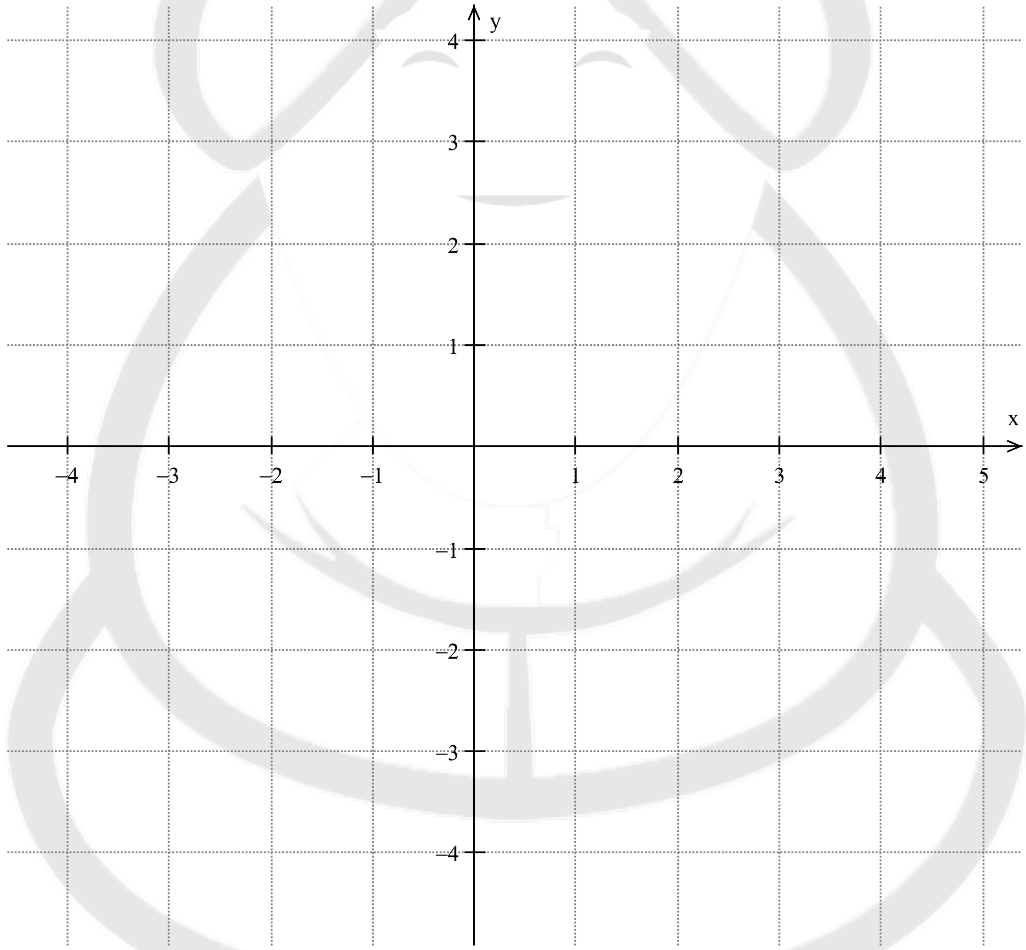
3) Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2$ definida no conjunto dos reais.

a) As raízes de uma função são importantes para a construção de um gráfico, visto que elas correspondem aos pontos em que o gráfico cruza o eixo das abscissas (x). Obtenha as raízes reais da função f(x) dada.

b) Calcule a primeira derivada de f(x) e, a partir do estudo do sinal de f'(x), faça o estudo do crescimento e decrescimento da função f(x).

c) Calcule a segunda derivada de f(x) e, a partir do estudo do sinal de f''(x), faça o estudo das concavidades (para cima ou para baixo) da função f(x).

d) Construa o gráfico da função f(x) utilizando o par de eixos a seguir e usando os resultados obtidos nos itens anteriores. Sabe-se, ainda, que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.



Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

4) Utilizando a Regra da Cadeia e a Regra do Produto, calcule a primeira derivada da função $f(x) = 4x^3 \ln(5x + 1)$.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

5) Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$. São feitas as afirmações:

I. $x = 3$ é um ponto de mínimo local.
II. $x = -1$ é um ponto de máximo global.
III. $x = 1$ é um ponto de inflexão.

Estão corretas:

a) apenas uma das afirmações.
b) apenas I e II.
c) apenas II e III.
d) apenas I e III.
e) todas as afirmações.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

6) A derivada com relação ao tempo da função horária do espaço fornece a expressão da velocidade. A derivada da velocidade fornece a expressão da aceleração. Essas afirmações constam em livros de cálculo e física. Assim, sabendo que expressão da função horária do espaço é $S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{at^3}{2}$, em que S_0, V_0 e **a** são constantes reais, a expressão da aceleração será:

a) $V_0 + \frac{3at^2}{2}$
b) S_0
c) 0
d) V_0
e) 3at

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

7) Funções polinomiais possuem diversas aplicações práticas na agricultura, nas ciências ambientais e ciências econômicas. Seja a função polinomial $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$. A respeito dessa função, considere as afirmações:

I. A função é decrescente no intervalo $1 \le x \le 3$.
II. A função não admite ponto de máximo global.
III. Em x=2 encontramos um ponto de inflexão.
IV. Considerando o intervalo $0 \le x \le 2$, a função admite um máximo local em x=1.

Quantas das afirmações estão corretas?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

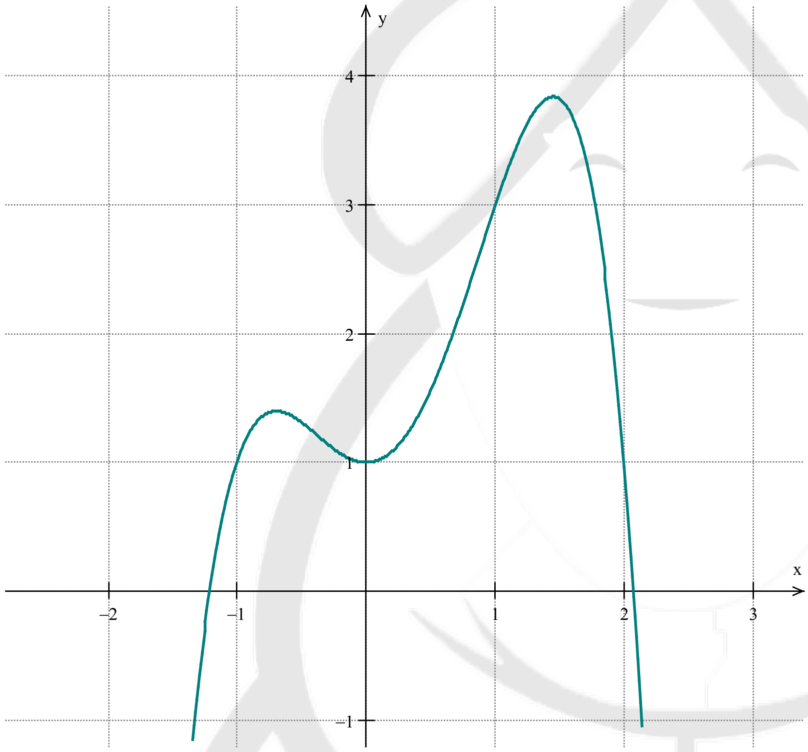
8) Seja a função $f(x) = \frac{x^2}{2a}$, com $a \in \mathbb{R}$. O valor da primeira derivada de f(x) calculada no ponto a corresponde ao valor de $f'(a)$ que é igual a:

a) 2.
b) 1.
c) 0.
d) a.
e) 2a.

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

9) O gráfico de $f(x) = -x^4 + x^3 + 2x^2 + 1$ está mostrado a seguir:



Baseado nessas informações, considere as seguintes afirmações:

I. A função f(x) possui duas raízes reais.
II. A função apresenta um ponto de mínimo global em x=0.
III. Dentro do intervalo [1,2], a função possui um ponto de máximo global.
IV. A função f(x) possui três pontos críticos.
V. A função f(x) possui dois pontos de inflexão.

Quantas das afirmações anteriores estão **corretas**?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

10) A Cia. Gama Ltda. produz um determinado produto e vende–o com um lucro total dado por $L(q) = -q^3+12q^2+60q-4$, onde q representa a quantidade produzida. Qual é o valor do lucro máximo?

a) 2796
b) 1596
c) 796
d) 156
e) 84

Clique na imagem ao lado e assista a **VÍDEO AULA** com a resolução deste exercício no Canal Professor Guru

Clique na imagem ao lado para fazer o download dos **SLIDES** da vídeo aula

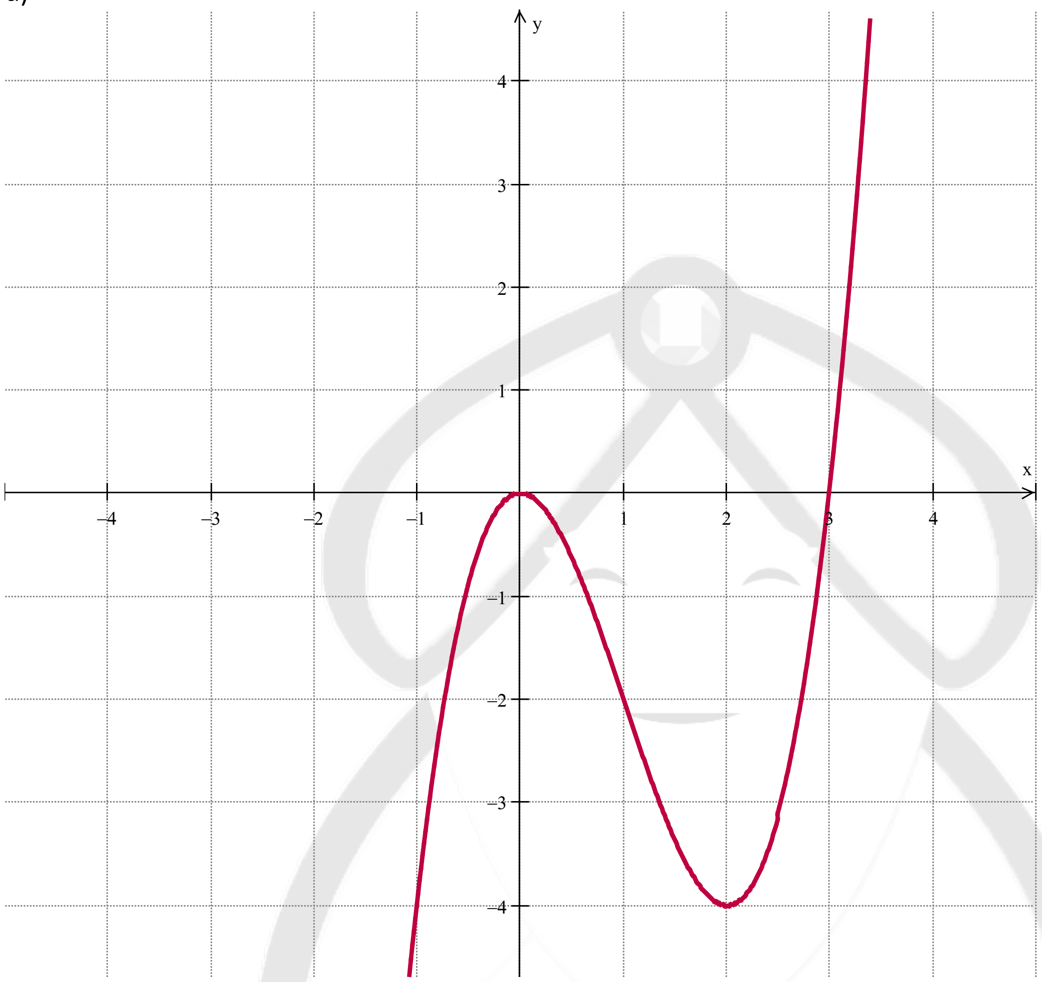
Respostas

Exercício 1
a) 0
b) $\frac{1}{2}$

Exercício 2
a) L = 4 cm
b) 1024 cm^3

Exercício 3
a) 0 e 3
b) crescente: $]-\infty;0[$ e $]2;+\infty[$
decrescente: $[0;2]$
c) concavidade para baixo se $x \leq 1$
concavidade para cima de $x>1$

d)



Exercício 4

$$f'(x) = 12x^2.\ln(5x+1) + \frac{20x^3}{5x+1}$$

Exercício 5
D

Exercício 6
D

Exercício 7
E

Exercício 8
B

Exercício 9
D

Exercício 10
C

Site: http://www.professorguru.com.br

Facebook: http://www.facebook.com/professorguru

Canal Professor Guru no Youtube: http://www.youtube.com/c/professorguru