EXERCÍCIO II

Uma população de bactérias cresce a uma taxa de

$$P'(x) = \frac{dP}{dt} = \frac{3000}{1 + 0,25t}$$

em que t é o tempo em dias. Quando t=0, a população é 1000.

a) Escreva uma equação que represente a população P em função do tempo t.
b) Qual será a população após três dias?
c) Depois de quantos dias a população chegará aos 12000?

b) $P(x) = 12000 \ln(1 + 0,25x) + 1000$

$$P(3) = 12000 \underbrace{\ln(1 + 0,25 \cdot 3)}_{\ln 1,75 \cong 0,5596} + 1000 = 7715,39$$

$\downarrow$

7715 bactérias //

EXERCÍCIO II

a) $\dfrac{dP}{dt} = \dfrac{3000}{1 + 0{,}25t}$

$$P(t) = \int \frac{3000}{\underbrace{1+0{,}25t}_{u}}\, dt = \int \frac{3000}{u}\,\frac{du}{0{,}25} = \frac{3000}{0{,}25}\int \frac{1}{u}\,du =$$

$u = 1 + 0{,}25t$

$du = 0{,}25\, dt$

$\dfrac{du}{0{,}25} = dt$

$$= 12\,000 \int \frac{1}{u}\, du = 12000 \ln|u| =$$

$$= 12000 \ln|\underbrace{1 + 0{,}25t}_{\geq 1}| = \qquad t \geq 0$$

$$= 12000 \ln(1 + 0{,}25t) + C$$

$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ P = 1000 \end{array}\right\} \rightarrow$ $12000 \underbrace{\ln(1 + 0{,}25 \cdot 0)}_{=0} + C = 1000 \Rightarrow C = 1000$

$$\therefore P(t) = 12000 \ln(1 + 0{,}25t) + 1000$$

//

EXERCÍCIO II

$$p(x) = 12000 \ln(1+0{,}25x) + 1000 =$$

$$= 1000\left[12 \cdot \ln(1+0{,}25x) + 1\right] =$$

$$= 1000\left[\ln(1+0{,}25x)^{12} + 1\right]$$

$$\ln a^b = b \cdot \ln a$$

$$e^{\ln k} = k$$

c) $12\,000 \ln(1+0{,}25x) + 1000 = 12000$

$$12\,000 \cdot \ln(1+0{,}25x) = 11000$$

$$\ln(1+0{,}25x) = \frac{11\,\cancel{000}}{12\,\cancel{000}}$$

$$\ln(1+0{,}25x) = \frac{11}{12}$$

$$e^{\ln(1+0{,}25x)} = e^{11/12}$$

$$1+0{,}25x = e^{11/12}$$

$$0{,}25x = e^{11/12} - 1$$

$$x = \frac{e^{11/12} - 1}{0{,}25}$$

$$x \cong 6 \text{ dias}$$